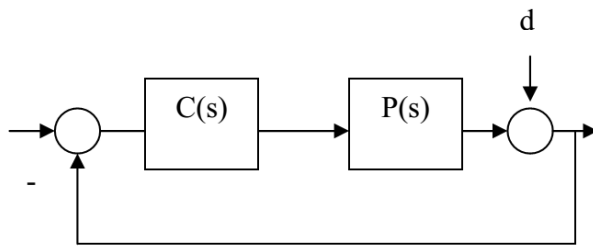


برای سیستم $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s-4)}$ کنترل کننده ای طراحی کنید که پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی e^{3t} در حالت ماندگار صفر شده و پاسخ پله آن دارای مشخصات گذرای سیستم رسته دو با $\xi = 0.707$ و $t_s = 5s$ باشد.



$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s-4)}$$

پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی e^{3t} در حالت ماندگار صفر است

$$\Rightarrow T(s=3) = 0$$

صفر سیستم حلقه بسته
صفر سیستم حلقه باز
است

$$\Rightarrow t_s = 5 \text{ sec} \quad \frac{5}{\xi \omega_n} = 5 \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{\xi}$$

$$\xi = 0.707$$

$$\xi \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\alpha \omega_n}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

تابع تبدیل دلخواه

$$\Rightarrow T \text{ به شکل زیر فرض}$$

$$W_T = \frac{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}{\alpha \omega_n^2}$$

$$\Rightarrow \text{میخواهیم } \|W_T T\|_{\infty} \rightarrow 1 \text{ کنیم}$$

$$T = \frac{\alpha * 2}{s^2 + 2s + 2}$$

$$\Rightarrow W_T = \frac{s^2 + 2s + 2}{\alpha * 2}$$

$$\Rightarrow \delta_{op} + \|W_T T\|_{\infty} = \left| \frac{z + p_0}{p_0 - z} * W_T(s=4) \right|$$

$$= \left| V * \frac{14 + 8 + 2}{\alpha * 2} \right| = \left| V * \frac{13}{\alpha} \right|$$

میخواهیم $\delta_{op} \rightarrow 0$

پس $T = \frac{1}{W_T} \rightarrow$

$$\alpha = \pm 91$$

Coprime factorization

استاد الزهراء قزالی

$$N = \frac{1}{(s+1)^2}, M = \frac{(s-4)}{(s+1)}$$

$$\Rightarrow x = 25, y = \frac{s+6}{s+1}, C = \frac{x+MQ}{y-NQ}$$

میخواهیم به T بسط دهیم

$$W_t = \frac{s^2 + 2s + 2}{182} \quad \parallel W_t T \parallel = \parallel W_t N(x + MQ) \parallel_{\infty} = 1$$

$$W_t T = \frac{s^2 + 2s + 2}{182} \cdot \frac{1}{(s+1)^2} \left(25 + \frac{(s-4)}{(s+1)} Q \right) = \frac{s-3}{s+3}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{+157(s+1)(s^2 + 2.045s + 1.108)}{(s+3)(s^2 + 2s + 2)}$$

$$\Rightarrow C(s) = \frac{+182(s-3)(s+1)}{(s+17.08)(s-8.08)}$$

کنترلر $C(s) = \frac{(s+1)}{(s+2)}$ و فرایند $P(s, \alpha) = \frac{1}{(s+\alpha)}$ را که در آن یک عدد حقیقی است، در نظر بگیرید.

الف) محدوده α را که در آن سیستم حلقه بسته پایدار داخلی باشد تعیین کنید.
 ب) با استفاده از تئوری small gain همین بازه را با استفاده از تنها یک نامعینی ضربی و یک مدل نامی استخراج شده از فرایند بدست آورید.

الف ←

$$T = \frac{\frac{s+1}{s+2} * \frac{1}{s+\alpha}}{1 + \frac{s+1}{(s+2)(s+\alpha)}} \Rightarrow T = \frac{s+1}{s^2 + (2+\alpha)s + (1+2\alpha)}$$

برای پایداری داخلی باید خدف صفر و قطب تاییدار اتفاق نیافتد

(بین C و P) چون کنترل کننده صفر و قطب تاییدار ندارد پس

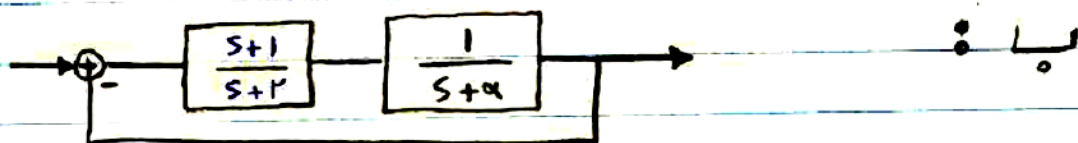
اگر T تاییدار باشد سیستم حلقه بسته پایدار داخلی خواهد بود

$$\Rightarrow 2+\alpha > 0 \quad , \quad 1+2\alpha > 0$$

$$\alpha > -3 \quad \textcircled{1}$$

$$\alpha > -\frac{1}{2} \quad \textcircled{2}$$

$1, 2 \Rightarrow \alpha > -\frac{1}{2}$



«استفاده از یک نامعینی ضربی»

(2)

اگر پلنت نای از خود فرایند انتخاب شود.

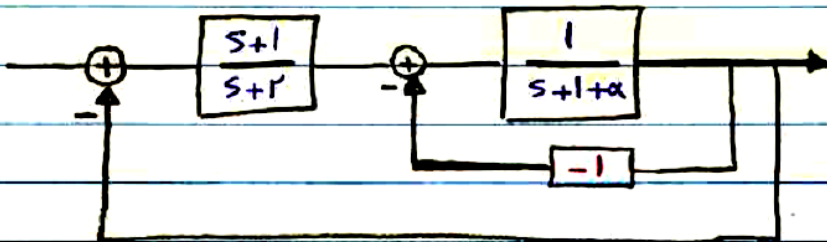
$$\left| \frac{P}{P_0} - 1 \right| = W_T$$

$$\frac{\frac{1}{s+\alpha}}{P_0} - 1$$

همواره W_T قطب $\frac{1}{s+\alpha}$ را خواهد داشت، و اگر $\alpha < 0$ گردد

W_T ناپایدار شده و نخواهیم توانست از $\|W_T\| < 1$ استفاده کنیم

پس شکل فرایند را به صورت زیر تغییر می دهیم



اکنون پلنت نای را $\frac{1}{s+1}$ می گیریم

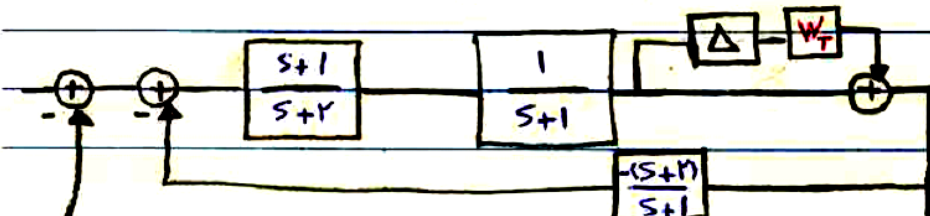
$$W_T = \left| \frac{\frac{1}{s+1+\alpha}}{\frac{1}{s+1}} - 1 \right|$$

$$W_T = \frac{\alpha}{s+1+\alpha}$$

تا معنی صریحی

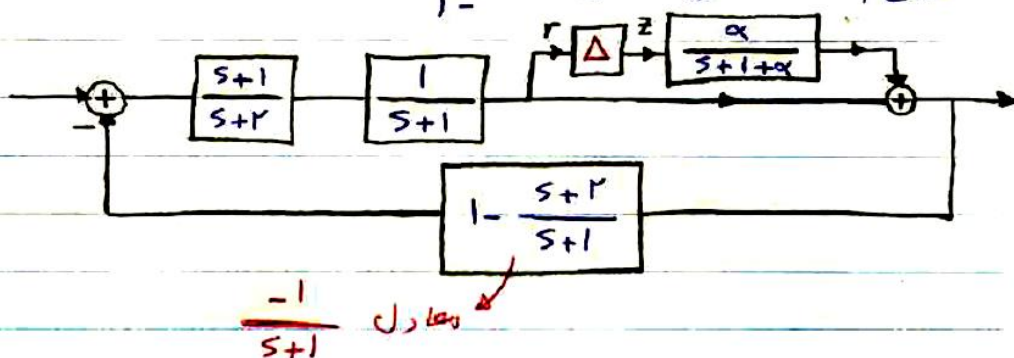
فرض $\| \Delta \| < 1$

حال می توان مثلث را بصورت زیر نگاه کرد.



③

آزمون با ساده کردن شکل خواهیم داشت



استفاده از تئوری Small Gain

$$\|\Delta \cdot T_{zr}\|_{\infty} < 1$$

$$\Rightarrow \|\Delta\|_{\infty} < 1 \Rightarrow \|T_{zr}\|_{\infty} < 1$$

$$T_{zr} = \frac{\frac{\alpha}{s+1+\alpha} * \frac{-1}{s+1} * \frac{s+1}{s+2} * \frac{1}{s+1}}{1 + \frac{(s+2)(-1)}{(s+2)(s+1)(s+1)}}$$

$$\|T_{zr}\|_{\infty} < 1 \Rightarrow \left\| \frac{1}{s^2 + 3s + 1} * \frac{\alpha}{s+1+\alpha} \right\|_{\infty} < 1$$

در قطب حقیقی

پایین گذر و پایدار

$$\Rightarrow \left\| \frac{\alpha}{s+1+\alpha} \right\|_{\infty} < 1$$

پایین گذر و پایدار در $s=0$

$$s=0 \rightarrow \left| \frac{\alpha}{1+\alpha} \right| < 1 \quad -1 < \frac{\alpha}{1+\alpha} < 1$$

بسیار صاف است

① غیر ممکن $\rightarrow$ if $\alpha < -1 \Rightarrow \alpha > 1+\alpha$

② if $\alpha > -1 \Rightarrow -1-\alpha < \alpha < 1+\alpha \Rightarrow -1 < 2\alpha \Rightarrow \alpha > -1/2$

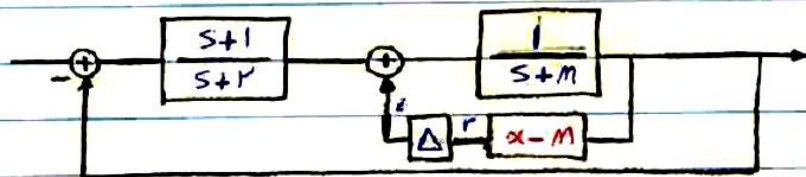
مشود است که از ① و ② برای مقایسه می‌توان به این نتیجه رسید که

$$\alpha > -\frac{1}{2}$$

باید توجه شود که به ازاء این بازه W_T پایدار است و

مشکلی ایجاد نخواهد شد.

روشن دوم ← استفاده از نامعینی نیدیک



استفاده از تئوری Small-Gain

$$\|T_{Zr} + \Delta\|_{\infty} < 1$$

فرض M مثبت

$$\Rightarrow \|T_{Zr}\|_{\infty} < 1$$

$$\|\Delta\|_{\infty} < 1$$

$$\hookrightarrow \left\| \alpha - M * \frac{1}{s+m} * \frac{1}{1 + \frac{s+1}{(s+m)(s+2)}} \right\|_{\infty} < 1$$

$$\Rightarrow \left\| \frac{\alpha - M}{s+m} * \frac{(s+m)(s+2)}{s^2 + (2+m)s + 2m + s+1} \right\|_{\infty} < 1$$

$$\Rightarrow \left\| \frac{(\alpha - M)(s+2)}{s^2 + (2+m)s + 1+2m} \right\|_{\infty} < 1$$

$$m > -\frac{1}{2}, m > -3$$

$$\Downarrow$$

$$m > -\frac{1}{2}$$

له دارای دو قطب است

قبل از ۲- و دیگر

عبارت آن

پایین می‌رود

$$\Rightarrow \left| \frac{(\alpha - M)2}{1+2m} \right| < 1 \Rightarrow |2\alpha - 2m| < 1+2m$$

$$-2\alpha + 2m < 1+2m \Rightarrow \alpha > -\frac{1}{2}$$

برای سیستم $P(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)}$ با نامعینی ضربی $W_T(s) = \frac{s+0.05}{2s+1}$ کنترل کننده‌ای طراحی کنید که پایداری مقاوم را تضمین نماید و پاسخ حالت ماندگار سیستم به ورودی e^{2t} صفر باشد.

برای اینکه پاسخ حالت ماندگار به ورودی e^{2t} صفر شود

باید T پایدار باشد و همچنین T یک صفر در $(s=2)$ داشته باشد

باشد. چون جای صفر تغییر ناپذیر است [با ضریب] پس

حلقه باز هم این صفر را خواهد داشت یعنی باید کنترلر مادر

$s=2$ صفر شود

$$W_{T(s)} = \frac{s+0.05}{2s+1}$$

$$C(s) = \frac{(s-2) A(s)}{B(s)}$$

$$P(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)}$$

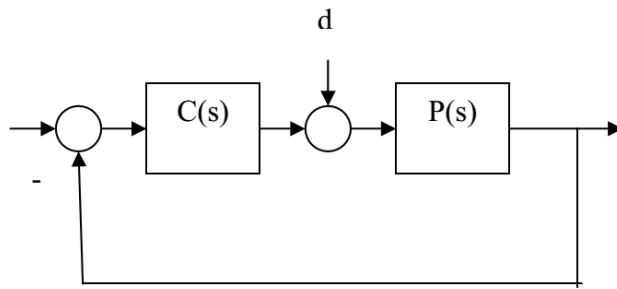
با جابجایی صفر از کنترلر به خواهم داشت

$$P = \frac{(s-2)}{(s-1)(s+2)} \Rightarrow \delta_{opt} = \left| W_T(1) \right| * \frac{z+p_0}{|z-p_0|}$$

$$\Rightarrow \delta_{opt} = \frac{2+1}{1} * \frac{1.05}{3} = 1.05 > 1$$

پس طراحی کنترلر غیر ممکن است [چون دیدگاه من از W_T ندارم]

سیستم $P(s) = \frac{1}{(s+1)}$ با نامعینی ضربی $W_T(s) = 0.25(s+1)$ را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید.



کنترل کننده ای طراحی کنید که علاوه بر تضمین پایداری مقاوم اغتشاش $d(t) = e^t \cos(t)$ را هم حذف کند. ($\gamma_{opt} = 0.8624$)

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$C = \frac{Q}{1-PQ}$$

چون P پایدار است

$$W_T(s) = 0.25(s+1)$$

$$\begin{aligned} d(t) &= e^t \cos(t) \\ s &= 1 \pm j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= PQ \\ S &= 1 - PQ \end{aligned}$$

$$T_{do} = [PS] \Rightarrow \left| P(1-PQ) \right|_{s=1 \pm j} = 0$$

$$\Rightarrow \left| 1 - PQ \right|_{s=1 \pm j} = 0 \Rightarrow PQ = 1 \Rightarrow Q = \frac{1}{P} \Big|_{s=1 \pm j}$$

$$\Rightarrow Q \Big|_{s=1 \pm j} = \frac{1}{1 \pm j} = \frac{1-j}{(1+j)(1-j)} = \frac{1-j}{2}$$

برای حذف اغتشاش باید در فرکانس $1+z$ T_D صفر شود که از باب محدودیت ① بدست می آید یعنی Q باید از نقطه $(z+1)$ و $(z+1)$ بگذرد

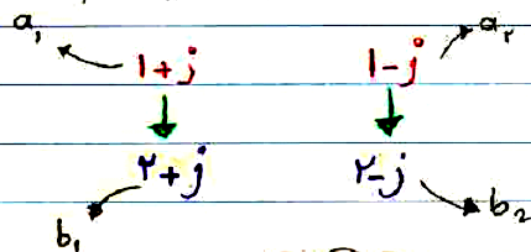
می خواهیم $\|WT\|_{\infty} < 1$ شود

$$\Rightarrow \|0.25 * (s+1) * PQ\|_{\infty} < 1 \Rightarrow \|0.25 * s+1 * \frac{Q}{s+1}\|_{\infty} < 1$$

$$\Rightarrow \|Q\|_{\infty} < 4$$

7

حالا به نوبت می‌رسیم که γ_{opt} را پیدا کنیم



$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{j}{2(1+j)} \\ \frac{j}{2(1-j)} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a_1 & \frac{(1+j)^2}{2(1+j)} \\ \frac{(1-j)^2}{2(1-j)} & a_2 \end{bmatrix}$$

$$A[i,j] = \frac{1}{a_i + a_j^*}$$

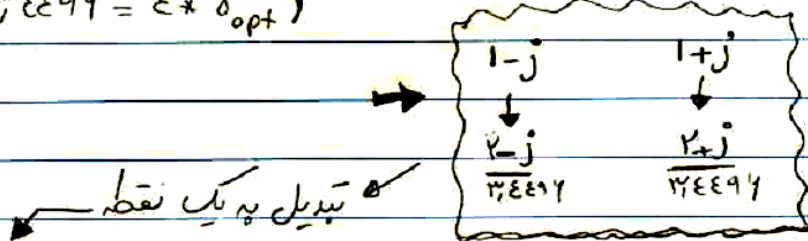
$$B[i,j] = \frac{b_i b_j^*}{a_i + a_j^*}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1,18478 & -0,00412 + 0,00412j \\ -0,00412 - 0,00412j & 1,18478 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(A B A) = 11,9 \rightarrow \gamma_{opt} = \sqrt{11,9} = 3,4494$$

برای γ_{opt} داریم $\|1,18478 + \frac{1}{s_{11}} + s_{11} + 0\|$ برای $\|WT\|$ γ_{opt}

$$\|Q\|_{\infty} \geq (3,4494 = \epsilon * \gamma_{opt})$$



$1+j$

$$b'_r = M_{b_i}(b_r) / A_{a_i}(a_r) \rightarrow b_r = \frac{\frac{1+j}{3,4494} - \frac{1-j}{3,4494}}{1 - \frac{1+j}{3,4494} * \frac{1+j}{3,4494}} / \frac{1+j-1-j}{1+j+1-j}$$

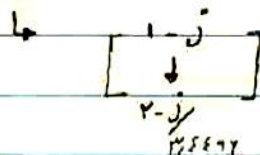
$$\Rightarrow b'_r = (1,73551 + 1,93281j)$$

8

$$G_1 = \frac{S - (1+j)}{S + (1-j)} + (0,3551 + 0,9341j)$$

$$1 + (0,3551 + 0,9341j) \times \frac{S - (1+j)}{S + (1-j)}$$

$$\Rightarrow G_1 = \frac{(0,3551 + 0,9341j) \times (S - (1,119e-0 + 0,3101j))}{S + (1,119e-0 - 0,3101j)}$$



$$G_2 = \frac{G_1 \times \frac{S - (1-j)}{S + (1+j)} + \frac{2-j}{1,4492}}{1 + G_1 \times \frac{S - (1-j)}{S + (1+j)} \times \frac{2-j}{1,4492}}$$

$$\Rightarrow G_2 = \frac{(S - (0,4494 - 1,119e-0j)) \times (S - (1,119e-0 + 0,3101j))}{(S + (0,4494 + 1,119e-0j)) \times (S + (1,119e-0 - 0,3101j))}$$

$$\Rightarrow G_2 = \frac{(S^2 - (0,4494 + 0,3101j)S + 1,119e-0 + 0,1194ej)}{(S^2 + (0,4494 - 0,3101j)S + 1,119e-0 - 0,1194ej)}$$

$$G_R = \frac{S^2 - 0,1057S^2 - 0,1194j}{S^2 + 0,1194S^2 + 0,4494S^2 + 0,1194S^2 + 0,1194j}$$

$$S = 1+j \Rightarrow G_R = 0,15791 + 0,11949j$$

$$S = 1-j \Rightarrow G_R = 0,15791 - 0,11949j$$

$$Q = 1,4492 \times G_R \Rightarrow C = \frac{Q}{1 - PQ}$$

1+j

به خاطر داشتن موردها
انتخابش 0,505 را حذف می کند.

$$C = \frac{1,4492(S+1)(S-0,2292)}{(S^2 - 2S + 2)}$$